Кирилков В.А.
Хмельницкий национальный университет,
г. Хмельницкий, Украина

О СПОСОБЕ УЧЕТА ВЛИЯНИЯ ОБЪЕМНЫХ УПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ УСТАНОВКИ НА ВЕЛИЧИНУ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОГО СМЕЩЕНИЯ

Введение

Результаты работ различных исследователей [1 - 3], связанных с экспериментальным определением величин предварительного смещения, показывают, что, как правило, они значительно отличаются друг от друга. Это можно объяснить тем, что предварительное смещение (будем называть его полным предварительным смещением) фактически представляет собой сумму двух составляющих: предварительного смещения, обусловленного объемной деформацией контактирующих тел, и контактного предварительного смещения [4]. Последнее обусловлено изменением напряженного состояния в зоне контакта твердых тел. Объемное же предварительное смещение определяется конструкцией узла трения и используемой экспериментальной установки. Поэтому совпадение результатов, полученных на различных установках, если не учитывать их объемную упругую деформацию, становится практически невозможным.

В данной работе описывается способ, позволяющий учесть влияние объемных упругих деформаций установки при оценке величины контактного предварительного смещения.

Исследования проводились на маятниковом триборелаксаторе [5] и изложены в работах [6, 7]. Рабочая часть триборелаксатора (рис. 1) представляет собой колебательную систему в виде крутильного маятника, включающего в себя исследуемую пару образцов 1 и 2.

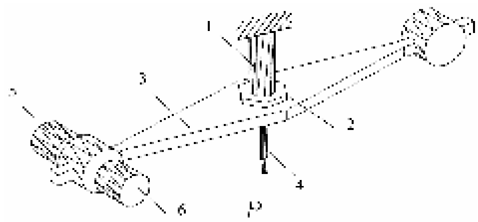


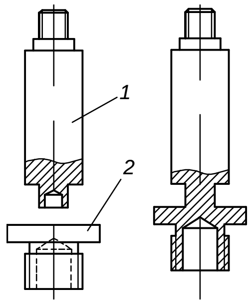
Рис. 1 – Схема колебательной системы триборелаксатора

Контакт образцов осуществляется по схеме «плоскость (нижний образец) - торец полого цилиндра (верхний образец)». Кольцевая площадка контакта имеет наружный диаметр равный 5 мм и внутренний равный 3 мм. Верхний образец 1 исследуемой пары неподвижно закрепляется в держателе установки, нижний - на инерционной детали (маятнике) 3 и опирается на бестрениевую опору 4 в виде иглы. Образцы прижимаются друг к другу контролируемой нормальной силой P.

Пропусканием через катушку 6 короткого импульса постоянного тока маятник приводится в крутильное колебательное движение в горизонтальной плоскости. Величина тока устанавливается такой, чтобы в процессе совершения колебаний исследуемый контакт находился в режиме предварительного смещения. Возникающие крутильные колебания носят затухающий характер, что определяется преимущественно диссипативными свойствами изучаемого контакта. Величина амплитуды колебаний определялась на среднем радиусе контактной площадки, равном 2 мм.

Колебания маятника регистрируются емкостным датчиком 5, сигнал с которого подается на два электронных частотомера. Один из них измеряет частоту колебаний маятника, другой отсчитывает количество колебаний N_e, соответствующее уменьшению амплитуды колебаний в e раз (e = 2,72).

Поскольку система отсчета перемещений триборелаксатора регистрирует полное предварительное смещение, то для определения величины контактного предварительного смещения в дополнение к испытаниям основной пары образцов 1 и 2 (рис. 2, а) проводились испытания, позволяющие учесть объемные деформации установки. Для этих испытаний использовался специальный монолитный образец, имеющий внешнюю конфигурацию такую же, как у сопряженной пары (рис. 2, б).



а **б**

Рис. 2 – Образцы:
а – основная пара образцов для исследований;
б – монолитный образец

Перейдем теперь непосредственно к вопросу моделирования колебательной системы триборелаксатора. Как известно, среди всех случаев рассеивания энергии простейшим с точки зрения математического исследования является случай, в котором демпфирующая сила пропорциональна скорости – так называемое вязкое демпфирование. Поэтому силы сопротивления, имеющие более сложную природу, обычно заменяют при исследованиях эквивалентным вязким сопротивлением, а эквивалентное демпфирование определяют из условия, чтобы за один цикл при нем рассеивалось столько же энергии, сколько и при действии реальных сил сопротивления [2].

Используя описанный выше подход, можно представить колебательную систему установки с установленной парой образцов в виде тела Гука и последовательно соединенного с ним тела Кельвина-Фойгта (рис. 3). Тело Гука будет моделировать объемные упругие свойства колебательной системы установки, а тело Кельвина-Фойгта - вязкоупругие свойства контакта пары образцов.

Составим уравнения колебаний такой системы. Обозначим угловое отклонение от положения равновесия контактной поверхности верхнего образца φ_1, а угловое отклонение от положения равновесия маятника соответственно φ_2 (рис. 3).

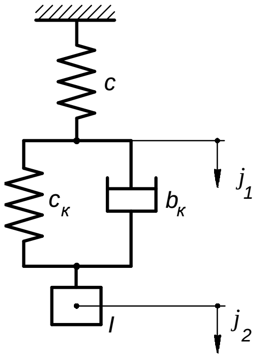


Рис. 3 – Модель колебательной системы триборелаксатора в случае использования пары образцов

Тогда для контактной поверхности верхнего образца, рассматривая ее как некое безынерционное тело, будем иметь следующее дифференциальное уравнение движения:

$$0 = -c\varphi_1 + c_к(\varphi_2 - \varphi_1) + b_к(\dot\varphi_2 - \dot\varphi_1)\,, \tag{1}$$

а для инерционной детали, с закрепленной на ней нижним образцом, – уравнение вида:

$$I\ddot\varphi_2 = -c_к(\varphi_2 - \varphi_1) - b_к(\dot\varphi_2 - \dot\varphi_1)\,, \tag{2}$$

где c – коэффициент жесткости, обусловленный упругими деформациями установки;

$c_к$ – коэффициент жесткости контакта;

$b_к$ – коэффициент вязкости контакта;

I – момент инерции инерционной детали относительно вертикальной оси колебательной системы;

$\dot\varphi_1$ – угловая скорость контактной поверхности верхнего образца;

$\dot\varphi_2$ и $\ddot\varphi_2$ – соответственно угловая скорость и угловое ускорение инерционной детали (маятника).

Решения уравнений (1) и (2) будем искать в форме:

$$\varphi_1 = \varphi_{01}e^{\lambda t}, \tag{3}$$

$$\varphi_2 = \varphi_{02}e^{\lambda t}. \tag{4}$$

Подставляя (3) и (4), а также их производные в (1) и (2), получим однородную систему уравнений:

$$\begin{aligned} &(c + c_к + b_к\lambda)\varphi_{01} - (c_к + b_к\lambda)\varphi_{02} = 0, \\ &-(c_к + b_к\lambda)\varphi_{01} + (c_к + b_к\lambda + I\lambda^2)\varphi_{02} = 0. \end{aligned} \tag{5}$$

Систему уравнений (5) можно записать в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} c + c_к + b_к\lambda & -(c_к + b_к\lambda) \\ -(c_к + b_к\lambda) & c_к + b_к\lambda + I\lambda^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varphi_{01} \\ \varphi_{02} \end{bmatrix} = 0\,. \tag{6}$$

Для того, чтобы существовали нетривиальные решения этой системы, ее определитель должен быть равен нулю. Это условие позволяет записать следующее характеристическое уравнение:

$$Ib_к\lambda^3 + I(c + c_к)\lambda^2 + b_кc\lambda + cc_к = 0\,. \tag{7}$$

Соответственно порядку полученного характеристического уравнения (7) рассматриваемая механическая система по А.А. Андронову [8] является системой с числом степеней свободы $1^1/_2$ и относится к вырожденным. Среди корней уравнения (7), по крайней мере, один будет вещественным отрицательным. Чтобы удостовериться в этом, рассмотрим левую часть уравнения. При $\lambda = 0$ она, очевидно, положительна, а при достаточно больших отрицательных значениях λ становится отрицательной. Следовательно, существует корень $\lambda_1 = -\alpha_1$ ($\alpha_1 > 0$).

После того как первый корень найден, можно разделить левую часть уравнения на разность $\lambda - \lambda_1$ и придти к квадратному уравнению, решение которого даст два других корня вида:

$$\lambda_{2,3} = -\alpha_2 \pm i\beta \;\; (a_2 > 0, i = \sqrt{-1}).$$

Подставляя значения этих корней в уравнение (6), получим следующие выражения для отношений амплитуд

$$r_j = \frac{c_к + b_к\lambda_j}{c + c_к + b_к\lambda_j}, \quad (j = 1, 2, 3), \tag{8}$$

Таким образом, колебательное движение контактной поверхности верхнего образца и колебательное движение маятника рассматриваемой системы будут описываться следующими выражениями:

$$\varphi_1 = r_1 A_{11} e^{-\alpha_1 t} + e^{-\alpha_2 t}(r_2 A_{12}\sin\beta\, t + r_3 A_{13}\cos\beta\, t), \tag{9}$$

$$\varphi_2 = A_{11} e^{-\alpha_1 t} + e^{-\alpha_2 t}(A_{12}\sin\beta\, t + A_{13}\cos\beta\, t), \tag{10}$$

где A_{11}, A_{12}, A_{13} – постоянные, определяемые из начальных условий.

Так как влияние трения на период колебаний мало, то, положив в (7) $b_к = 0$, получим:

$$I(c + c_к)\lambda^2 + cc_к = 0 \tag{11}$$

Отсюда частота колебаний маятника рассматриваемой системы

$$\nu \approx \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{cc_к}{I(c + c_к)}}. \tag{12}$$

Если установить в триборелаксатор монолитный образец, то в этом случае колебательная система может быть представлена моделью, изображенной на рис. 4.

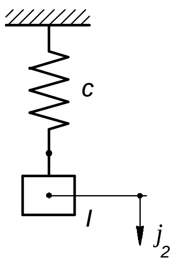


Рис. 4 – Модель колебательной системы триборелаксатора в случае использования монолитного образца

Частота колебаний такого маятника определится уравнением:

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{c}{I}}. \tag{13}$$

Отношение частот колебаний $\frac{\nu}{\nu_0}$ с учетом (12) и (13) будет определяться формулой:

$$\frac{\nu}{\nu_0} \approx \sqrt{\frac{c_к}{c + c_к}}. \tag{14}$$

Далее, положив в (8) $b_к = 0$, придем к более простому выражению для отношения амплитуд:

$$r_1 = r_2 = r_3 = r = \frac{c_к}{c + c_к}. \tag{15}$$

Введем для оценки колебательного движения непосредственно в контакте новую переменную:

$$\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 .$$

Обозначим отношение амплитуды колебаний в контакте φ_0 к амплитуде колебаний маятника φ_{02}, которая регистрируется датчиком установки, через k_φ. Тогда, с учетом (14) и (15), значение k_φ может быть найдено по известным значениям частот колебаний системы при испытании пары образцов n и при испытании монолитного образца v_0 из следующего выражения:

$$k_\varphi = \frac{\varphi_0}{\varphi_{02}} = \frac{\varphi_{02} - \varphi_{01}}{\varphi_{02}} = 1 - \frac{\varphi_{01}}{\varphi_{02}} = 1 - r = 1 - \frac{c_к}{c + c_к} = 1 - \frac{\nu^2}{\nu_0^2} . \qquad (16)$$

Поскольку в ходе проведения испытаний на трибroom рексаторе регистрируются не угловые, а линейные перемещения на среднем радиусе кольцевой контактной площадки, то с учетом изложенного выше, выражение для определения начальной величины линейной амплитуды контактного предварительного смещения окончательно может быть записано в следующем виде:

$$A_0 = k_\varphi \cdot A_{02} = \left(1 - \frac{\nu^2}{\nu_0^2}\right) \cdot A_{02} ,$$

где A_{02} – регистрируемая датчиком перемещений триборелаксатора начальная величина линейной амплитуды полного предварительного смещения.

Выводы

В работе обоснован способ, дающий возможность учесть вклад объемных упругих деформаций экспериментальной установки (триборелексатора) в полное предварительное смещение, регистрируемое в ходе выполнения исследований. Полученная зависимость позволяет определять величину начальной линейной амплитуды контактного предварительного смещения по регистрируемой величине начальной линейной амплитуды полного предварительного смещения.

Литература

1. Авдеев Д.Т. Исследование предварительного смещения прессовых соединений / Д.Т. Авдеев // Известия вузов. Машиностроение. – 1962. – № 4. – С. 5-9.

2. Максак В.И. Предварительное смещение и жесткость механического контакта / В.И. Максак. – М. : Наука, 1975. – 60 с.

3. Щедров В.С. Предварительное смещение на упруго-вязком контакте / В.С. Щедров // Трение и износ в машинах. – М. - Л. : Изд-во АН СССР, 1950. – С. 94-102.

4. Крагельский И.В. Основы расчетов на трение и износ / И.В. Крагельский, М.Н. Добычин, В.С. Комбалов. – М. : Машиностроение, 1977. – 526 с.

5. Гладченко А.Н. Контактные релаксационные явления в металлополимерных трибосистемах / А.Н. Гладченко, В.В. Шевеля, И.В. Шевеля // Проблеми трибології (Problems of Tribology). –1996. – № 1. – С. 74-79.

6. Шевеля В.В. Реология контактных явлений при реверсивном предварительном / В.В. Шевеля, В.Орлович, В.А. Кирилков // Проблеми трибології (Problems of Tribology). – 2005. – № 2. – С. 152-158.

7. Шевеля В.В. Диссипативные свойства и фреттингостойкость пластичных смазок / В.В.Шевеля, В.Орлович, В.А. Кирилков, В.П. Федына // Проблеми трибології (Problems of Tribology). – 2007. – № 3. – С. 55-60.

8. Андронов А.А. Теория колебаний / А.А. Андронов, А.А. Витт, С.Э. Хайкин. – М. : Наука, 1963. – 568 с.

Надійшла 06.01.2011